

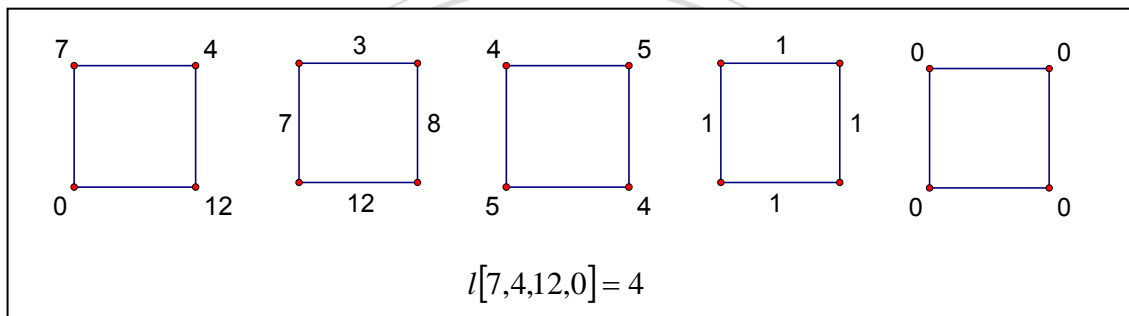
## 第二章 不變的定律

本章將先介紹幾個不變的定律，來幫助後面定理的證明。

### 2.1 旋轉不變律

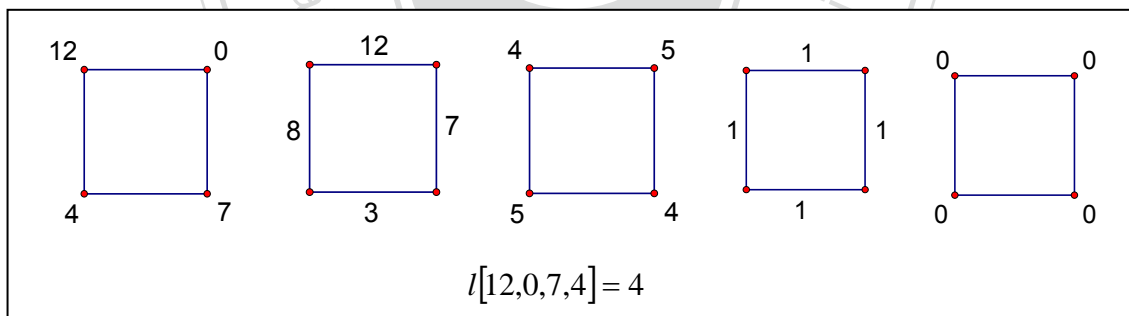
【定理 2.1】若一個迪菲方塊 (DIFFY BOX) 四個頂點的數字同時順時鐘或逆時鐘旋轉至下一個或下兩個頂點後，產生的新迪菲方塊 (DIFFY BOX) 與原迪菲方塊 (DIFFY BOX) 有相同的結論與長度。

例如：



(圖 2.1)

順時鐘旋轉兩個頂點後，



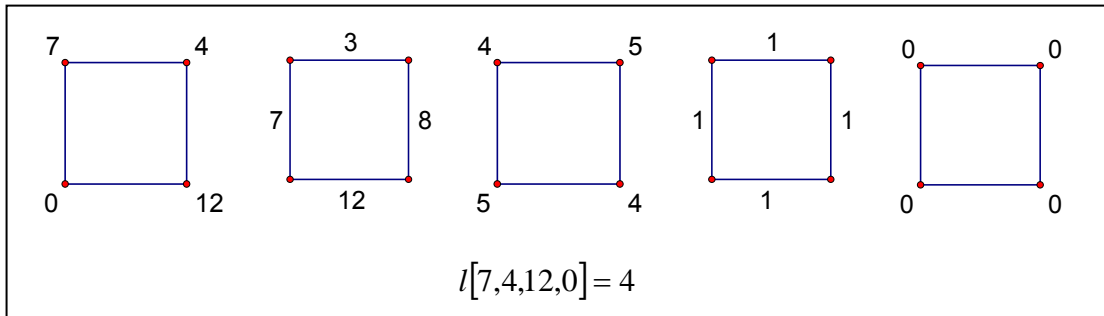
(圖 2.2)

【證明】 不失一般性，在此討論順時鐘旋轉至下一個頂點(即順時鐘旋轉  $90^\circ$ )的情形。因為不改變排列順序，所以兩個迪菲方塊 (DIFFY BOX) 經運算後，每一個步驟產生的四個數字都一樣。但只要將原迪菲方塊 (DIFFY BOX) 的每一個步驟經順時鐘旋轉  $90^\circ$ ，就可得到新的迪菲方塊 (DIFFY BOX)，依此類推至原迪菲方塊 (DIFFY BOX) 產生四個為零的數時，新的迪菲方塊 (DIFFY BOX) 也同時產生四個為零的數，所以此兩迪菲方塊 (DIFFY BOX) 有相同的結論與長度。

## 2.2 翻轉不變律

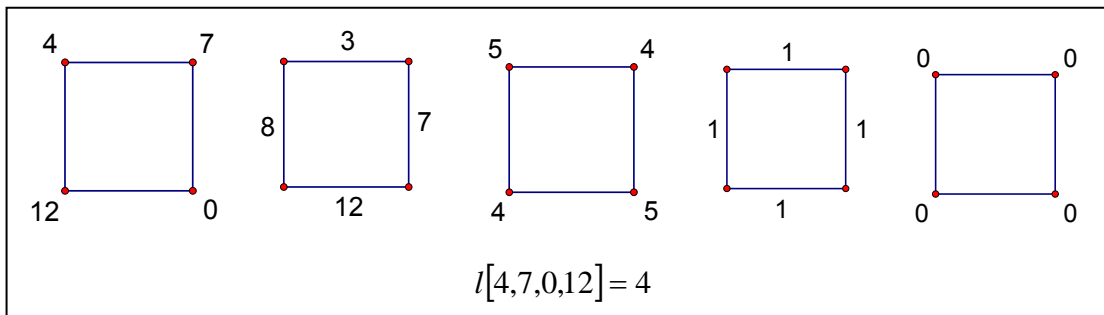
【定理 2.2】若一個迪菲方塊 (DIFFY BOX) 四個頂點的數字沿著正方形的其中一條對稱軸翻轉一次後，產生的新迪菲方塊 (DIFFY BOX) 與原迪菲方塊 (DIFFY BOX) 有相同的結論與長度。

例如：



(圖 2.3)

左右翻轉一次後，



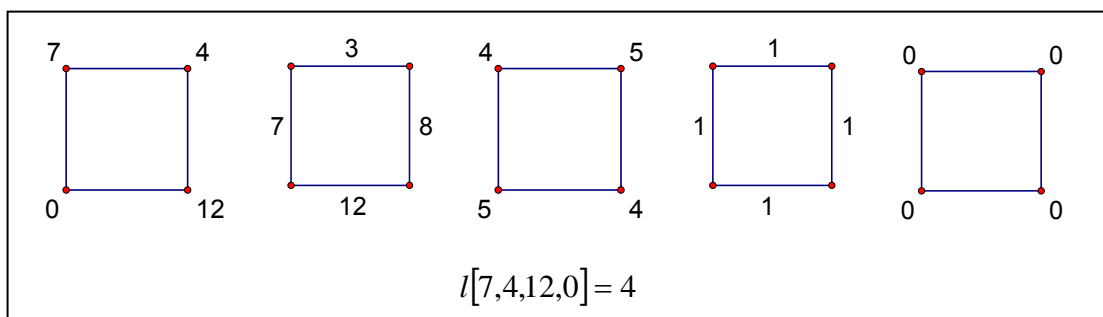
(圖 2.4)

【證明】 不失一般性，在此討論沿著正方形鉛垂線這條對稱軸翻轉一次的情形。只要將原迪菲方塊 (DIFFY BOX) 的每一個步驟沿著鉛垂線對稱軸翻轉一次，就可得到新的迪菲方塊 (DIFFY BOX)，依此類推至原迪菲方塊 (DIFFY BOX) 產生四個為零的數時，新的迪菲方塊 (DIFFY BOX) 也同時產生四個為零的數，所以此兩迪菲方塊 (DIFFY BOX) 有相同的結論與長度。

## 2.3 平移不變律

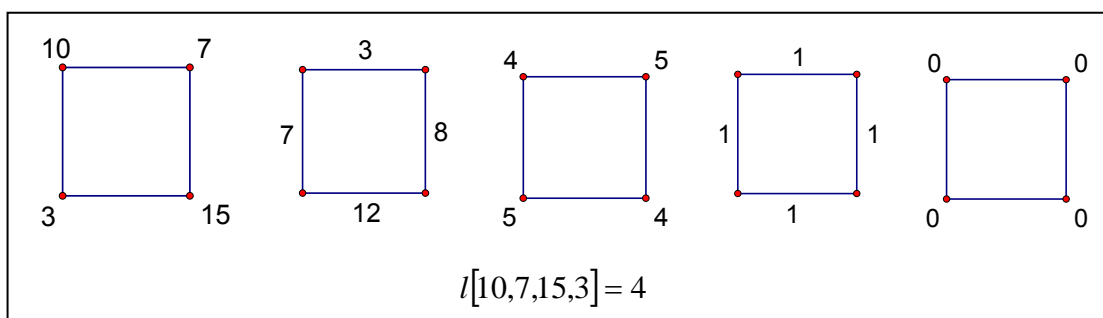
【定理 2.3】若一個迪菲方塊 (DIFFY BOX) 四個頂點的數字同時加一個正整數或同時減一個小於或等於最小數的非負整數後，產生的新迪菲方塊 (DIFFY BOX) 與原迪菲方塊 (DIFFY BOX) 有相同的結論與長度。

例如：



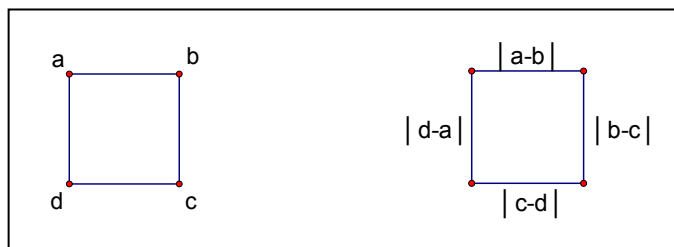
(圖 2.5)

四數同時加” 3 ” 後，



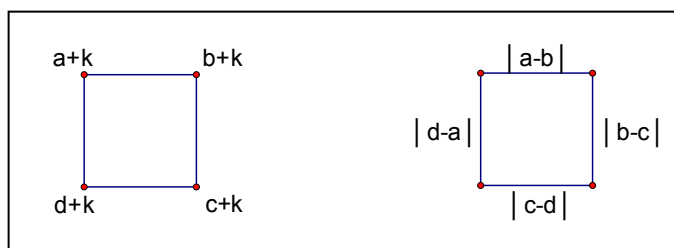
(圖 2.6)

【證明】 若原迪菲方塊 (DIFFY BOX) 為  $[a, b, c, d]$ ，則經過一個步驟後，如下：



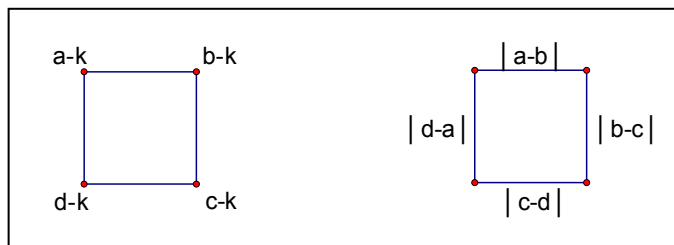
(圖 2.7)

那麼原迪菲方塊 (DIFFY BOX)  $[a, b, c, d]$  加一個正整數  $k$  時，則產生新的迪菲方塊 (DIFFY BOX) 為  $[a+k, b+k, c+k, d+k]$ ，且經過一個步驟後，如下：



(圖 2.8)

若原迪菲方塊 (DIFFY BOX)  $[a, b, c, d]$  減一個小於或等於最小數的非負整數  $k$  時，則產生新的迪菲方塊 (DIFFY BOX) 為  $[a-k, b-k, c-k, d-k]$ ，且經過一個步驟後，如下：

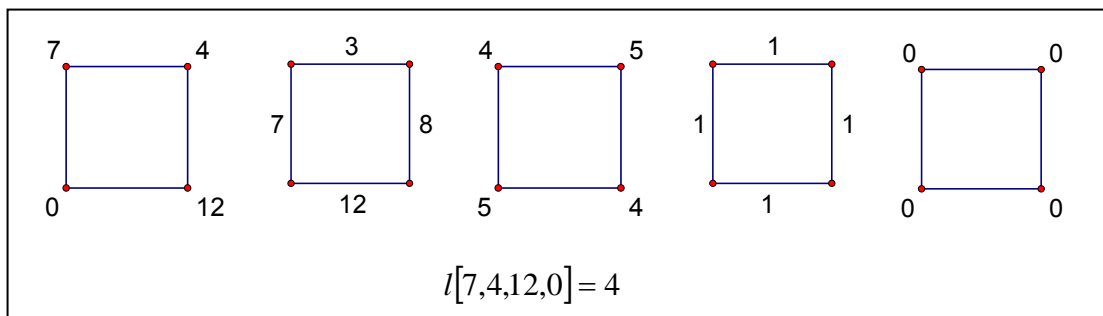


(圖 2.9)

由圖 2.7、圖 2.8 和圖 2.9 可以清楚看出，此三個迪菲方塊 (DIFFY BOX) 在第一步驟就會出現相同的方塊，所以迪菲方塊 (DIFFY BOX) 的四個頂點數字同時加一個正整數或同時減一個小於或等於最小數的非負整數，有相同的結論與長度。

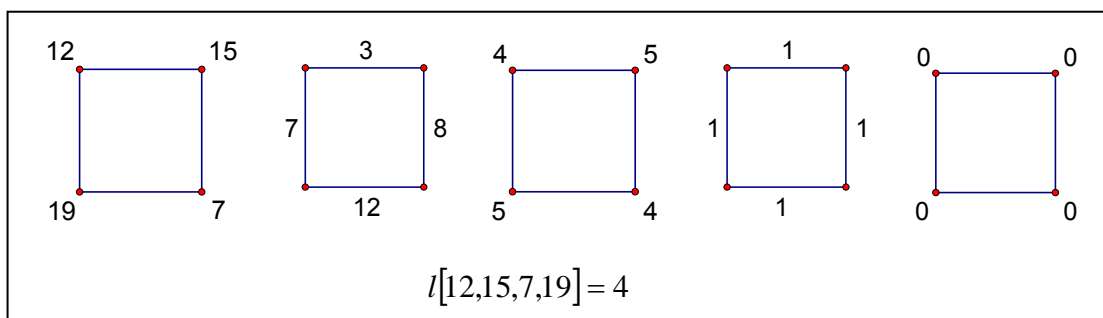
## 2.4 互補不變律

【定理 2.4】 四個頂點的數字同時被一個大於或等於最大數的非負整數減時，則我們稱新形成的迪菲方塊 (DIFFY BOX) 與原來的迪菲方塊 (DIFFY BOX) 為互補，且互補的兩個迪菲方塊 (DIFFY BOX) 有相同的結論與長度。例如：



(圖 2.10)

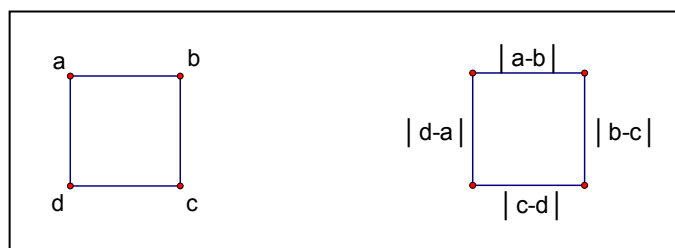
四數同時被” 19 ” 減後，



(圖 2.11)

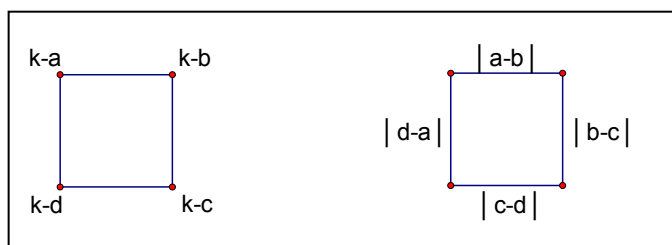
【證明】 若原迪菲方塊 (DIFFY BOX) 為  $[a, b, c, d]$ ，則經過一個步驟產生新的迪菲方塊

(DIFFY BOX) 如下：



(圖 2.12)

那麼原迪菲方塊 (DIFFY BOX)  $[a, b, c, d]$  被一個大於或等於最大數的非負整數  $k$  減時，則產生互補型迪菲方塊 (DIFFY BOX) 為  $[k-a, k-b, k-c, k-d]$ ，且經過一個步驟產生新的迪菲方塊 (DIFFY BOX) 如下：



(圖 2.13)

由圖 2.12 和圖 2.13 可以清楚看出互補的兩個迪菲方塊 (DIFFY BOX) 在第一步驟就會出現相同的方塊，所以互補的兩個迪菲方塊 (DIFFY BOX) 有相同的結論與長度。