

$$(2) \int_0^{\infty} e^{-x} dx \quad (8\%)$$

三、求解極值：Min  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$

$$\text{S.T. } ax + by + cz = d \quad (10\%)$$

四、試求矩陣(matrix)A 的eigenvalue和P,  $P^{-1}$ 讓 $P^{-1}AP$ 是對角化矩陣(Diagonal Matrix)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (10\%)$$

五、下列任擇一題作答(10%)

(1)證明 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\log(n+1)}$ 是收斂(Convergent)或發散(Divergent)?

(2)證明：假如 $\Phi(x) = \int_0^{\infty} e^{-xt} dt$ ，則在 $x > 0$ 時 $\Phi$ 和 $\Phi'$ 是連續且

$$\Phi'(x) = \int_0^{\infty} -te^{-xt} dt。$$

第二部份

一、試根據n維至m維向量空間之映射(mapping)說明Linear Transformation, bases及matrices概念及其關連。(10分)

二、試根據Inner product 觀念(10分)

i)說明二向量為Orthogonal與Linear independent之概念

ii)證明m個Orthogonal non-zero向量之集合為Linear independent.

三、試簡要記明下列最適化問題( $x = (x_1, \dots, x_n)'$ ,  $y = (y_1, \dots, y_k)'$ ,  $k < n$ )

$$\frac{\max}{x} f(x) \text{ subject to } g(x) = y$$

之充分與必要條件以及條件所表示之意義(15分)

四、選答題(任選(A)或(B)題作答)(15分)

(A)試說明下列二階差分方程式之解法及其解之性質  $y_t -$

$$2y_{t-1} + 2y_{t-2} = 0$$

(B)試說明下列微分方程式與解法及其解之性質

$$\frac{d^3 y(t)}{dt^3} - \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 0$$

國際經濟學(乙組)

一、何謂購買力平價說(Purchasing Power Parity Theory)?

請詳細說明其內容(25%)

二、何謂資產市場分析法(Asset Market Approach)? 請詳細說明其內容(25%)

三、出口自動設限政策(Voluntary Export Restraint, V.E.R.)

與進口限制政策(Import Quota)有何不同? (25%)

四、何謂生產因素價格均等化定理(factor price equalization theorem)? 請證明之。(25%)

統計學

共有5題

1. Let  $x_1$  and  $x_2$  have joint p.d.f.

共有5題

1. Let  $x_1$  and  $x_2$  have joint p.d.f.

$$f(x_1, x_2) = \begin{cases} 2 & 0 < x_1 < x_2 < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Find  $f(x_1)$ ,  $f(x_2)$ ,  $E[x_1 | x_2]$  and  $\text{Var}(x_1 | x_2)$

2. Let  $Y_1, Y_2, \dots, Y_T$  be a random sample from a population with p.d.f

$$f(y) = \frac{\lambda^y e^{-\lambda}}{y!} / y=0, 1, 2, \dots$$

$Y$  is a Poisson random Variable and has mean and variance equal to the parameter  $\lambda$  (30%)

- (a) Find the maximum likelihood (ML) estimator of  $\lambda$
- (b) Find the mean and variance of the maximum likelihood estimator of  $\lambda$  and show that it is consistent
- (c) What is the asymptotic distribution of the ML estimator of  $\lambda$
3. Let  $Y_1, Y_2, \dots, Y_T$  be a random sample from a  $N(\beta, 1)$  distribution. Derive the likelihood ratio test for the hypothesis that  $H_0: \beta=0$  against  $H_1: \beta \neq 0$  (20%)

4. Let  $x_1, x_2, \dots, x_n$  have a multivariate normal distribution with mean vector  $u$  and covariance matrix  $Z$  (20%)

- (a) Let  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$  denote a random sample of size 10 from a distribution that is  $N(4, 9)$

$$\text{If } Y_1 = 2x_1 - 4x_6 + 10 \text{ and}$$

$$Y_2 = x_1 + 3x_2 - 2x_{10}$$

What are the distributions of  $Y_1$  and  $Y_2$ ?

- (b) Let  $Y = a'x$  and  $Z = b'x$ , where  $x' = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $a' = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ ,  $b' = (b_1, b_2, \dots, b_n)$  Show that  $Y$  and  $Z$

are independent if  $a'Zb = 0$

5. Are the following statements true or false? Why?

- (a) Statistics, properly used, provides definite answers to a wide variety of questions about regression parameters.
- (b) Total sum of squared deviations (TSS), sum of squared residuals (ESS) follow an F distribution.
- (c) All the conventional hypothesis tests in the regression are based on the assumption of unbiased estimators.
- (d) The ratio of two variables that are distributed according to a  $\chi^2$  distribution is distributed according to an F-distribution.

#### 商事法(乙組)

一、請解釋下列名詞：

- ①票據之無因性
- ②追索權
- ③保付支票
- ④擔當付款人
- ⑤票據之絕對必要記載事項

二、請比較股份有限公司與有限公司相異之處

三、何謂複保險？何謂再保選？

四、依我國海商法之規定，運送人於發航前及發航時，應為何必要之注意及措置。

(2) 試根據  $y = g(x_1, \dots, x_n)$  在  $(x_1^0, \dots, x_n^0)$  作二階泰勒展開式(Taylor expansion)。

(3) 何謂Cauchy sequence, Convergent sequence及Complete Space? 舉例說明之。

(4) 何謂Similar transformation, idempotent matrix及Nilpotent matrix? 舉例說明之。

(5) 試定義trace(A), det(A)(or |A|)與eigenvalues of A。又其間之關係為何?

(6) 何謂Gram-Schmidt orthogonalization process? 其與projection有何關係。

二、選答題：任選(A)或(B)題作答。(二十分)

(A) 試說明n階單變數微分方程式  $(\frac{d^n y}{dt^n} + Q_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + ay = b)$  之解法。

(B) 試分析二階差分方程式  $(x_t + a_1 x_{t-1} + a_2 x_{t-2} = b)$  解之性質。

三、試別討論下列三種情況下  $y = f(x_1, \dots, x_n)$  極小化之充分且必要條件(二十分)

(a) 無任何限制條件。

(b) m條  $g_i(x_1, \dots, x_n) = 0$  限制條件。

(c) k條  $h(x_1, \dots, x_n) \geq 0$  限制條件。

## 七十九學年度

### 經濟學(甲組)

一、是非題：(每題5%，共35%，必須加以解釋)

\_\_\_ 1. 王媽媽每次上市場買菜，一定買200元豬肉回來。李媽媽

上市場時，則一定買二斤豬肉回家。所以他們兩人對豬肉的需求彈性都是零。

\_\_\_ 2. 風險逃避者(risk averter)必定不會參加一項公平的賭博(a fair gamble)。

\_\_\_ 3. 生產要素沒有吉芬財(Giffen factor)。

\_\_\_ 4. 當一個生產要素的邊際生產力等於平均生產力時，其產出彈性為一。

\_\_\_ 5. 追求利潤極大的獨占廠商不會在市場需求曲線之彈性大於一的部分生產。

\_\_\_ 6. 完全競爭市場下，若對所有廠商給予一份固定金額的補貼(a lump-sum subsidy)，則每一家廠商的產出不變。

\_\_\_ 7. 若兩種財貨可完全替代(perfect substitute)，則消費者的最佳消費組合(optimal consumption bundle)必然會落在其預算線的角落上(corner)。

二、問答題：(15%)

設只有兩種財貨x, y可供消費。張三的效用函數為  $u = \max(2x, 3y)$  請回答下列問題：

(1) 繪出張三的無異曲線圖(indifference curve map)

(2) 計算x財貨帶給張三的邊際效用。

(3) 繪出價格擴張曲線(price expansion path)。

(4) 利用價格擴張曲線，推導出張三對x財貨的需求曲線。

(5) 依據上述需求曲線，若張三的所得為10元，x, y財貨的價格分別為  $P_x = 2, P_y = 1$ ，則張三消費的最佳組合為何？

總體經濟學部份：

一、試採用凱恩斯學派靜態模型，分析(假設匯率固定，收支完全沖銷下)廠商大量遷移國外，對於國內物價(p)，所得(y)，利率(r)及就業(N)可能之影響？又倘政府採取增加貨幣供給政策，則其效果可能為何？(除數理或圖型分析外請作經濟直覺的解釋)(25分)

二、試分析新古典學派成長模型(solow model)下，勞動生產力成長率提高對於所得與資本成長率及每人所得與資本成長率之影響？又經濟福利(每人消費)應採取何種措施來達成最大化？(10分)

三、試簡單說明短期與長期非律浦曲線及自然失業率概念，並分析貨幣擴張政策之有效性。(15分)

### 國際經濟學

一、下表描述五種商品單位產量的資本需求( $a_{kj}$ )及勞動需求( $a_{lj}$ )，以及每一商品的世界價格：(20%)

商 品 j	1	2	3	4	5
$a_{kj}$	4	2	1	1	1
$a_{lj}$	1	1	1	2	4
世界價格	\$16	\$14	\$10	\$14	\$16

(1)如果一個國家勞動、資本的稟賦比例為3：1，試問該國該生產何種商品？其國內的工資(wage)及資本報酬(capital rental)為何？

(2)如果一國的勞動資本稟賦比例變為1：3，則其工資及資本報酬會有何變化？

(3)如果勞動資本稟賦維持3：1的比例，但第三種商品的世界

價格上漲40%，試問此時生產形態及生產要素價格會有何變化？

(4)試描述此國(勞動資本稟賦比為3：1)與另一國家(其勞動資本稟賦為1：1)互相貿易後之情況。

二、簡答以下的問題： (30%)

(1)何謂傾銷(Dumping)？並任舉一種反傾銷(antidumping)政策。

(2)試以歐洲單一市場為例，說明貿易創造(Trade creation)及貿易分散(Trade Diversion)效果。

(3)何謂工業間貿易(inter-industry trade)及工業內貿易(intra-industry trade)？並說明產生此兩種貿易的原因。

三、解釋名詞

1. 國際收支帳中之當期帳(Current account)及資本帳(Capital account)

2. 國際收支帳之借方(Debits)及貸方(Credits)

3. 國際收支帳與國民所得帳間的關係可以作恆等於全國淨儲蓄(nationst net saing)表示

4. 遠期匯率(forward exchange rate)及利率平價(Covered interest Panity)

5. 購買力價(purchasing Power panity)及其缺點

四、試利用IS-LM出開放經濟下之總需求曲線(即本國商品價格國產出間之關係)。再推導(absorption)曲線，且亦代表本國商品價格( $P_d$ )與一國產出(y)間之關係。請亦說明兩種曲線斜

線為負，但吸細曲線(TB)比總需求曲線(AD)陡(即斜率之絕對值較大)。請最好利用TB·AD·AS(AS為總供給曲線)說明何謂全面均衡(1.00 equilibriuse)與準均衡(quasi equilibriure)。

### 統計學(甲組)

一、解釋下列各名詞：(每題3%，共30%)

1. 統計推論(statistical inference)
2. 充分統計量(sufficient statistic)
3. 變異係數(coefficient of variation)
4. 貝式法則(Bayes rule)
5. BLUE
6. 概似函數(likelihood function)
7. 訊息矩陣(information matrix)
8. 馬可夫鏈(Markov chain)
9. 共線性(multicollinearity)
10. 杜賓-瓦松檢定(Durbin-Watson test)

二、若隨機變數 $x$ 為卜松分波(Poisson distribution)，其機率分配函數為(15%)

$$f(x) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!} \text{。求} E(x) \text{和} V(x) \text{。}$$

三、設隨機變數 $x_1, \dots, x_n$ 具有獨立且相同的機率分配(intependent and identical distribution)，都屬於常態分配，其平均數分別為 $\mu_1, \dots, \mu_k$ ，而變異數分別為 $\sigma_1^2, \dots, \sigma_k^2$ 。令 $v = a_1x_1 + \dots + a_kx_k$ ，其中 $a_1, \dots, a_k$ 為常數。請證明隨機變

數 $v$ 亦為常態分配，且平均數為 $a_1\mu_1 + \dots + a_k\mu_k$ ，變異數為 $a_1^2\sigma_1^2 + \dots + a_k^2\sigma_k^2$ 。(15%)

四、有一項理論認為一個國家中，大都市人口的分佈與其都市大小排名成反比。即排名第二的都市人口只有最大都市的一半，第三大都市人口只有最大都市人口的三分之一，其餘類推。台灣地區前五大都市人口數分別為：台北市240萬人，高雄市110萬人，台中市70萬人，台南市60萬人，新莊市50萬人。請問該理論是否能獲得台灣地區資料的驗證支持？(20%)

五、何謂第二型誤差(Type II error,  $\beta$ )？舉例說明其與第一型誤差(Type I error,  $\alpha$ )之異同。在傳統迴歸分析中，人們都希望估計係數的顯著水準愈高愈好，請問此種觀點有何缺失？如果想要同使減少兩種誤差，有什麼方法可行？(20%)

### 商事法(甲組)

一、試簡答下列各題

- ① 解釋票據之無因性及善意受讓之抗辯
- ② 何謂背書連續
- ③ 何謂設質背書
- ④ 何謂利益償還請求權
- ⑤ 見票即付票，若於發票日後六個月內未提示，其法律效果如何？

二、公司債之發行中，債權人會議及受託人之功能為何？

三、何謂保險利益？

四、依我國海商法之規定，運送人於發航前及發航時，應為何必

要之注意及措置。

### 數學(甲組)

一、試求解下列積分：

$$(1) \int_1^4 \int_{\sqrt{x}}^1 (x^2 + 2xy - 3y^2) dy dx \quad (6\%)$$

$$(2) \int_F \int (x^2 + y^2) dA; F = \{(x, y); y^2 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 2\} \quad (6\%)$$

二、假如  $z = f(x, y) = 2x^2 + xy - y^2 + 2x - sy + 5$ ,  $x = 2s - t$

$$y = s + t, \text{ 試求 } \frac{\partial z}{\partial t} \quad (6\%)$$

三、利用 Taylor, Series 在  $x=1$  附近展開函數  $f(x) = \log(1+x)$  (10%)

四、利用 Cramers Rule 來解：

$$2x_1 - x_2 + 2x_3 = 11$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 = -3$$

$$3x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -1 \quad (8\%)$$

五、試求矩陣(matrix)  $A$  的 eigenvalue 和  $P$ ,  $P^{-1}$  矩陣讓  $P^{-1}AP$  是對角化矩陣(diagonal matrix)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 4 \end{bmatrix} \quad (12\%)$$

### 數學(乙組)

一、試微分下列各函數(10%)

$$(1) \text{ 設 } X^2$$

$$(2) \sqrt{\frac{(x-1)(x-2)}{(x+1)(x+2)}}$$

$$\text{二、設 } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, lx + my + nz = 0$$

試求  $x^2 + y^2 + z^2$  之極值(10%)

三、試決定下列級數為收斂或發散(10%)

$$(1) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$$

$$(2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a^n} \quad (a > 0)$$

四、試解下列的微分或差分方程組(二者選一)(10%)

$$\begin{cases} dx_1 / dt = x_1 + x_2 \\ dx_2 / dt = x_1 - x_2 \end{cases} \quad \text{或}$$

$$\begin{cases} x_{t+1} = \frac{1}{2}x_t + \frac{1}{3}y_t \\ y_{t+1} = \frac{1}{2}x_t + \frac{2}{3}y_t \end{cases}$$

五、假設一個電力公司在  $n$  個時期的電力需求為  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 並考慮這  $n$  個時期的電價訂定為  $P_1, P_2, \dots, P_n$ 。假設此電力公司有以下的能量及成本限制：

① 每個時期的電力供應必須小於或等於尖端供電的最大能量  $k$  的限制；

② 供電的營運成本為  $C(x_1, \dots, x_n)$ ；

③ 維持尖端供電量  $k$  的產能成本(capacity cost) 為  $D(K)$ 。因此我們可以得到以下的利潤函數

$$H(x_1, \dots, x_n, K) = \sum_{i=1}^n P_i X_i - C(x_1, \dots, x_n) - D(K)$$

(i) 證明在非尖端供電時期(也就是當  $x_i < K$  時), 利潤最大的電價需訂在邊際營運成本的水準(也就是說  $P_i = \frac{\partial C}{\partial x_i}$ )(5%)

(ii) 證明在尖端供電時期(也就是當  $x_i = K$  時), 利潤最大的電價需大於邊際營運成本(假設高出  $\lambda_i$ ), 且所有在尖端供電時期中  $\lambda_i$  的總合會等於邊際產能成本(也就是說  $\sum \lambda_i = \frac{dD}{dK}$ )(5%)

經濟學(乙組)(個體)

1. For which of the following goods is a price increase likely to lead to a substantial income as well as substitution effect? (10%)

- (a) housing
- (b) theater tickets
- (c) Food

2. Assume there are three groups in a community. Their demand curves for public television in hours of programming,  $T$ , are given respectively by  $W_1 = \$150 - T$ ,  $W_2 = \$200 - 2T$ ,  $W_3 = \$250 - T$ . Suppose that public television is a pure public good that can be produced at a constant marginal cost of \$200 per hour.

- (a) What is the efficient number of hours of public television?
- (b) How much public television would a competitive private market provide?

- 3. Does a housing rent ceiling necessarily make consumers better off? (5%)
- 4. Will an increase in the demand for a monopolist's product always result in a higher price? (5%)
- 5. Assume that a utility function is given by  $\text{Min}(x, y)$ . What is the Slutsky equation that decomposes the change in the demand for  $X$  in response to a change in its price? (10%)

總體經濟學部份:

- 一、試分別就兩項您認為近年最重要總體經濟環境變動, 採用古典學派靜態模型架構, 分析對於國內物價( $p$ )所得( $y$ ), 利率( $r$ )及就業( $N$ )之影響。(答案應包括影響模型變數或函數變動之事實, 完整模型之分析以及經濟直覺之說明)。(25分)
- 二、簡論理性預期假說(Rational Expectation Hypethesis)之重要內涵。(可採用與適應性預期比較, 來幫助說明)。(10分)
- 三、試以IS-LM模型(即蕭條下模型)為例, 說明分析均衡穩定性之理由與概念以及靜態均衡穩定之充分與必要條件。(15分)

數學乙

一、求解  $\lim_{x \rightarrow 0} [(1+x)^{1/x}]$  (6%)

二、求解下列積分

$$(1) \int_0^3 \int_{1+y} (x^2 y + xy^2) dx dy \quad (6\%) \int$$