

第參章 研究方法

本章就研究設計、研究對象、研究工具、以及研究限制等四節說明本研究之研究方法。

第一節 研究設計

本研究的研究設計，分成三個研究部份來進行：

(一)分析高中教科書關於圓錐曲線課程的教材內容設計與教學目標，尤其著重在拋物線的單元。

本校高二所使用的數學教科書的版本為翰林版，在第一章“圓錐曲線”單元中，第一節為拋物線，第二節為橢圓，教師依據教學目標與建議節數來進行教學：

表 3-1-1 翰林版本「拋物線」與「橢圓」的教學目標與建議節數

節名	教學目標	節數
1-1 拋物線	<ol style="list-style-type: none">1、能了解到一定點與到一直線等距離的所有點所形成的圖形是一拋物線。2、能了解拋物線的焦點與準線的意義。3、能由焦點與準線求出拋物線的方程式。4、能寫出拋物線的標準式，並由標準式求出焦點與頂點坐標、軸與準線方程式、正焦弦長等。5、能了解拋物線及其準線方程式、頂點、焦點等各要素間的關係，並能由其中已知部分要素求出拋物線方程式與其他未知要素。	5 節
1-2 橢圓	<ol style="list-style-type: none">1、能舉出日常生活中，有關橢圓的例子。2、能了解兩定點的距離和為一定數的所有點所形成的圖形有三種情形：<ol style="list-style-type: none">(1) 兩定點距離小於定數，圖形是一橢圓。(2) 兩定點距離等於定數，圖形是一線段。	5 節

	<p>(3) 兩定點距離大於定數，圖形不存在。</p> <p>3、能由兩焦點與長軸求出橢圓方程式。</p> <p>4、能寫出橢圓的標準式，並由標準式求出焦點與頂點、中心坐標、兩軸的方程式、正焦弦長等。</p> <p>5、能了解橢圓及其長軸、短軸、焦點、頂點、中心等各要素間的關係，並能由其中已知部分要素求出橢圓方程式與其他未知要素。</p>	
--	--	--

從表 3-1-1 中可知，本研究的高二學生在拋物線的「定義」應有基本的認識，且能根據定義在描繪拋物線圖形時，知道拋物線「圖形開口方向」與拋物線的準線、焦點之間的關係；另一方面，也能從將定義中的準線與焦點坐標化後，整理出拋物線的方程式。而橢圓的章節也一樣有類似的學習目標。研究者在進行這兩個章節的教學後，除了根據教科書的教學目標進行教學外，另外還將原本放在教科書第一章第四節裡才會介紹的「圓錐曲線的光學性質」，提前在第一章第二節的橢圓課程告一段落時，進行「拋物線的光學性質」與「橢圓的光學性質」的教學。

(二) 藉由自編的紙筆測驗，觀察學生在拋物線課程上的學習表現。

研究者自編的紙筆測驗主要是從透過：1、參考教科書的教學內容；2、參考教師手冊中的教學目標；3、與專家討論；4、訪談已學過相關單元的高三學生等方式，逐漸研發本研究的研究工具。

(三) 利用訪談的方式，進一步瞭解學生答題時的思考模式與另有概念。

在對高二學生進行拋物線評量結束後，為深入探討答對者與答錯者之想法，因此研究者從參與紙筆測驗的研究對象中挑選一些學生進行訪談。

在訪談的過程中，由於想保留學生在作答時的思考，因此研究者會拿一份新的試卷來與學生進行訪談，以免學生看到被批改過的記號或分數而受影響。此外，為了方便研究者作資料整理，在訪談之前也已先告知該名學生訪談的過程將進行錄音，必要時還會將其作答的圖像拍照。

第二節 研究對象

本研究的研究目的是探討高二學生對拋物線定義、方程式、開口方向以及其性質與的認識與應用之情形，並且觀察高二學生學完圓錐曲線單元後，對拋物線與橢圓的圖像關係是否有區別的能力。因此本研究的研究對象為台北市某公立高中已學完圓錐曲線的高二學生，該校的學生入學學測分數為 210 分至 225 分之間。該校共有 56 個班級，高一與高二各有 19 個班級，高三有 18 個班級。其中高一與高二都有一個體育班以及一個國文資優班，該校並從高二開始實施類組的分組：高二的 1~10 班為第一類組（1 班為國文資優班），11~14 班為第二類組，15~18 班為第三類組，19 班為體育班。本研究是以研究者所任教的高二 13 班以及另一位教師任教的高二 11 班為研究對象，這兩個班級都是第二類組，人數都是 41 人。

在這 82 名研究對象中，男生人數較多，有 66 人，女生則有 16 人。這兩班的學生家長有 35% 屬於勞工階級，25% 為軍公教業，其餘的 40% 為從商、服務業等，且父母親的教育程度有超過七成為國中、高中畢業。

本研究主要分為兩個階段，第一階段的研究以紙筆測驗作為研究工具，研究者以高二 13 班（研究者任教的班級）與高二 11 班（另一位教師任教）作為本研究的研究樣本，共計 82 名學生。此階段的學生進行的紙筆測驗共分為三個部分。第二階段則由第一階段研究中的 82 名學生中挑選出學生進行深入地訪談。

一、第一階段研究對象

第一階段研究對象為已學習過高中二年級拋物線與橢圓課程的台北市某公立高中高二學生。由於研究者在該校的高二班級中只任教一個班級，且因各班的課程進度因素，因此只能有另一個高二班級配合施測，也就是共有 82 名學生接受了本研究的紙筆測驗。

表 3-2-1 第一階段研究對象之背景資料

班級	二年 11 班	二年 13 班
學生人數	41 人 (男生 33 人, 女生 8 人)	41 人 (男生 33 人, 女生 8 人)
類組	第二類組	第二類組
每週數學課上課節數	共六節 (其中一節為第八節課輔課)	共六節 (其中一節為第八節課輔課)
高二上學期段考班平均	第一次段考：49.1 分 第二次段考：35.5 分 第三次段考：59.2 分	第一次段考：51.2 分 第二次段考：37.9 分 第三次段考：62 分
有補習數學的學生人數	21 人	24 人

二、第二階段研究對象

在第一階段 82 名學生紙筆測驗結束之後，研究者隨即依照各題配分方式計算出總分，再依據得分結果將前 27% 列為高分組，後 27% 列為低分組，其餘的則為中分組，再分別從高分組、中分組、低分組各挑選出 4 名學生進行訪談，以深入了解學生在第一階段紙筆測驗中各小題的思考模式，並進一步分析與探討學生的錯誤類型。

第三節 研究工具

本研究的試卷為自編的試卷，主要是想知道高二學生學完圓錐曲線單元中的拋物線與橢圓後，對拋物線與橢圓圖形的認識及對拋物線相關知識的理解是否完整。

一、試卷設計理念

本研究自編的評量工具共分為三個部分，第一部分是研究者為了解高二學生在拋物線與橢圓的圖像關係之辨認程度，而設計了第一大題。第二部分的題目設計則是分別從教師手冊裡對拋物線單元的教學目標所歸納出的四個面向，分別是「拋物線的方程式」、「拋物線的定義」、「正焦弦長的性質」、「拋物線的開口方向」，第三個部分則是「拋物線的應用」。依照不同的研究目的設計題目，題目分析如表 3-3-1。

表 3-3-1 拋物線問卷題目分析表

試題面向		對應學習目標	題目
第一部分	拋物線的方程式	能知道拋物線的標準式 $(x-h)^2 = 4c(y-k)$ 及 $(y-k)^2 = 4c(x-h)$	— (A、C、D、E、I、J、K、L、
		能知道拋物線的一般式 $y = ax^2 + bx + c$ 及 $x = ay^2 + by + c$	M、N、Q、P、Q、R、S)
		能從代數式的幾何意義，判斷其是否能為拋物線的定義。	— (B、F、G、)
		在代數式的幾何意義判讀後，能知道焦點必須不能在準線上。	— (H)
第一部	拋物線的定義	能將“中垂線上的點到線段的兩端點等距”之性質，對應到拋物線的定義。	二 (2)
		能根據拋物線的定義，找出拋物線上的點。	二 (1、3、5)

分		能知道拋物線上的點與焦點同側。	二 (4)
第一 部分	拋物線的開口 方向	能從拋物線的標準式 $(x-h)^2 = 4c(y-k)$ 及 $(y-k)^2 = 4c(x-h)$ 判斷開口方向。	三 (1)
		能從拋物線的一般式 $y = ax^2 + bx + c$ 及 $x = ay^2 + by + c$ 判斷開口方向。	三 (2、4)
		能從拋物線的定義式判斷開口方向。	三 (3、5)
		能將題目的文字敘述圖形化，並知道由題意判斷出來的開口方向可能不唯一。	三 (6、7、8)
第一 部分	正焦弦長的性質	能知道“拋物線的正焦弦長為其焦距的四倍”。 能知道正焦弦長與拋物線開口大小的關係。	四
第二 部分	拋物線的應用	能利用解析幾何觀點建立坐標系，並且能在其所建立的坐標系下，合理的假設出其拋物線方程式。	五
第三 部分	拋物線與橢圓的圖像關係	能利用學得的圓錐曲線方程式或其性質，判別拋物線與橢圓的圖像關係。	六 (1、2、3、4、5、6)

(一) 第一部分

第一部分共有四個大題，即試卷中的第一大題、第二大題、第三大題、以及第四大題，而其測試的面向則分別為「拋物線的方程式」、「拋物線的定義」、「拋物線的開口方向」以及「正焦弦長的性質」。這個部分的題型設計主要是想知道“學生在學完拋物線單元後，是否具備了與拋物線相關的基本知識？”

第一大題是屬於測試「拋物線的方程式」的題型。此處的「拋物線的方程式」指的是：

- 1、拋物線的標準式，型如： $(x-h)^2 = 4c(y-k)$ 及 $(y-k)^2 = 4c(x-h)$ 。
- 2、拋物線的一般式，型如： $y = ax^2 + bx + c$ 及 $x = ay^2 + by + c$ 。
- 3、拋物線的定義式： $d(P,L) = \overline{PF}$ ，其中 P 為拋物線上的動點， F 為焦點， L 為準線。

該大題共有 19 個小題，學生必須從方程式裡找出那些式子畫出來的圖形是拋物線，而研究者設計該題的用意當然不是要學生描點作圖，而是希望能透過該題觀察學出生在學完拋物線後，對基本的拋物線方程式是否有一定程度的認識。研究者在進行本大題的設計時，考慮到在進行施測時，學生應該已學完橢圓及雙曲線等二次曲線單元，所以在題目的安排上也加入這些二次曲線方程式，測試學生是否有因學習單元相近而產生方程式間的混淆情形。另外，H 小題在經過代數式的判讀，找出其對應到的幾何意義後，尤其要特別注意到“拋物線的焦點不會落在準線上”，因此學生不能只記住拋物線定義式的樣子，卻忽略了其最根本的構圖條件。在一般式的判讀上，許多高二學生常會有個習慣，就是不管怎麼樣，先配方化成標準式再說，只要可以寫成標準式，那這個式子所表示的圖形一定就是拋物線了！其實這樣的想法沒有錯，只是會繞了很大的一個彎！以下表 3-3-2 將第一大題「拋物線的方程式」做了一個題目分析表：

表 3-3-2 第一大題「拋物線的方程式」題目分析表

是拋物線或非拋物線	題號	要經過移項或配方	型(1): 標準式 型(2): 一般式 型(3): 定義式 型(4): 非以上類型者
是拋物線	B	×	型(3)
	C	√	型(1)

	D	✓	型(2)
	E	✓	型(2)
	G	✓	型(3)
	K	✓	型(1)
	M	✓	型(2)
	N	×	型(1)
	O	×	型(2)
	P	×	型(2)
	R	×	型(2)
	S	✓	型(2)
不是拋物線	A	×	型(4), 但類似型(1)
	F	×	型(4), 但類似型(3)
	H	×	型(4), 但類似型(3)
	I	×	型(4), 但類似型(1)
	J	×	型(4), 但類似型(1)
	L	×	型(4), 但類似型(1)
	Q	×	型(4), 但類似型(2)

第二大題是屬於測試「拋物線的定義」的題型。該大題共有4個小題，研究者希望能從題目的設計裡，知道學生有無從圖形中真正瞭解拋物線的定義。研究者在進行拋物線單元的教學時，是先以粉筆在黑板上畫出了一個定點及一定直線，然後找出一個平面上到此定點及此定直線等距的點，並試探性地問學生此種點有幾個，等描出許多符合這種條件的點後，再嘗試性地畫出其動點的軌跡。也就是說，在從建立坐標系進入代數式之前，學生應該要對拋物線圖形有較基本的圖像認識才對，而此題的設計並沒有給予坐標系，主要是想瞭解學生學完此單元後，是否很清楚拋物線圖形的定義。

第三大題是屬於測試「拋物線的開口方向」的題型。此大題共有八個小題，請學生能根據每一小題所給的方程式或文字敘述等條件，判斷出拋物線的開口方向。其中前五個小題是給予拋物線的方程式的條件，包括了拋物線的定義式、標準式、一般式，觀察學生是否能透過方程式找出其對應的拋物線開口方向；後三個小題則是分別以準線、對稱軸、正焦弦等的條件，請學生找出這些與拋物線相關的名詞會和拋物線開口方向有何關係。下表 3-3-3 為第三大題「拋物線的開口方向」題目的分析表：

表 3-3-3 第三大題「拋物線的開口方向」題目分析表

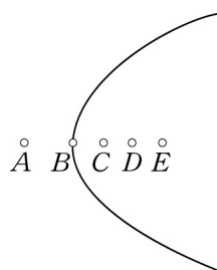
題號	題目	設計理念	備註
1	$-4(y-2)^2 = 7(x+1)$	從標準式找出開口方向。	a、在 1、2、4 小題中，將從訪談中瞭解學生的思考歷程。 b、在 3、5 小題中，要能在找出焦點與準線後進行繪圖。
2	$3x^2 - 9y + 1 = 0$	化成一般式或標準式找出開口方向。	
3	$\sqrt{(x+1)^2 + (y+2)^2} = \frac{ 3x+1 }{3}$	從定義式中找出開口方向。	
4	$x = 5y^2 + 2$	從一般式或化成標準式找出開口方向。	
5	$\sqrt{x^2 + y^2} = \frac{ 3x + 4y + 5 }{5}$	從定義式中找出開口方向。	
6	準線為鉛直線。	知道準線與拋物線的相對位置關係。	a 在紙上或腦海中構出圖像關係後，要能觀察出開口方向考能不唯一。 b、題目有些條件是多餘的。如：“焦距為 5”、
7	對稱軸為鉛直線，焦距為 5	知道對稱軸與拋物線的相對位置關係。	
8	正焦弦為水平線，且其長度為 4	知道正焦弦與拋物線的相對位置關係。	

			“正焦弦長為4”等。
--	--	--	------------

第四大題是屬於測試「正焦弦長的性質」的題型。此題的設計是參考過去的大學聯考題，題目如下：

下圖為一拋物線的部分圖形，且 A、B、C、D、E 五個點中有一為其焦點。試判斷哪一點是其焦點？（可利用你手邊現有簡易測量工具）

- (1) A (2) B (3) C (4) D (5) E



此大學聯考題是評量考生是否知道拋物線的“正焦弦長是焦距的4倍”之幾何性質，並應用直尺或圓規等測量工具找出此拋物線的焦點是圖中的C點。因此研究者在第四大題题目的設計是給予同一條準線，而圖形上有三個不同位置的點，請學生找出以那一個點為焦點的拋物線的開口會較大。透過此題的設計，瞭解學生是否知道“拋物線的正焦弦長為其焦距的四倍”，或是“拋物線的正焦弦長為其焦點到準線距離的兩倍”之距離關係的性質。

(二) 第二部分

第二部分只有一個大題，即試卷中的第五大題。該大題是屬於測試「拋物線的應用」的題型。此題的設計是參考南一版課本中的「船過拱形橋」的題目，這亦是一個屬於拋物線且生活化的題目，但與此題較大不同處為在船過拱形橋的圖形中所給的拋物線是一個看得到對稱的形狀，而此題所附的圖形並無相當明顯的對稱，若學生在解題的過程中，在一開始能而建立座標系並將每個點予以座標化，那麼這個題目剩下來的就只是列出方程式及求解未知數的代數問題了。

(三) 第三部分

第三部分只有一個大題，即試卷中的第六大題。該大題的設計是以6種直線切割橫橢圓的方式，來觀察學生對拋物線與橢圓的圖像關係之了解程度。在研究

者一開始進行此大題的設計時，命題的大方向主要是以直線切割橫橢圓後，讓學生試著從學習過的拋物線與橢圓的圖像或方程式、性質等，來判斷被直線切割後的部分圖形是否為拋物線。從這個大方向中，對於同一個橢圓，研究者又將分割橢圓的直線以兩大面向來區分：A、以直線通過橫橢圓的中心與不通過橫橢圓中心來切割橫橢圓；B、以鉛直線、水平線、斜直線來切割橫橢圓。綜合 A、B 兩部分，我們可以組合出 6 種題型：

表 3-3-4 「拋物線與橢圓的圖像關係」各小題題目分析

A \ B	鉛直線	水平線	斜直線
通過橢圓中心	第 1 小題	第 3 小題	第 5 小題
不通過橢圓中心	第 2 小題	第 4 小題	第 6 小題

二、雙向細目表

1、Bloom (1956) 的認知理論

心理學家 Bloom 將認知領域的教育目標層次分為六大類，由低至高層次分別為知識 (Knowledge)、理解 (Comprehension)、應用 (Application)、分析 (Analysis)、綜合 (Synthesis)、評鑑 (Evaluation)。

(1) 知識：對人事物等屬性和特徵、方法、原則、歷程、結構、和背景的記憶，重視記憶的心理歷程。

(2) 理解：了解或領悟某些事物或概念的內容、意義。

(3) 應用：將抽象事物 (原理、原則、概念等) 應用於特殊或具體事物。

(4) 分析：指出某些訊息的組成要素或部分，以及各部分組成的相對或階層關係。

(5) 綜合：組成或安排各種要素和部分，形成一個整體、模式或歷程。

(6) 評鑑：對於人事物、方法、原則等，提出價值、質和量的判斷。

2、拋物線試題的雙向細目表

研究者根據 Bloom 的六個層次之教學目標，搭配研究者所要研究的各個面向、以及各小題的題目設計及其相對應的學習目標，發展出拋物線試題來做為本研究的研究工具。

表 3-3-5 拋物線試題的雙向細目表

	知識	理解	應用	分析	綜合	評鑑
一、方程式	一(C、K、N、O、P、R)	一(A、D、E、I、J、L、M、Q、S)	一(B、F、G)	一(H)		
二、定義		二(4、5)		二(2)	二(1、3)	
三、開口方向			三(1、2、4)	三(6、7、8)	三(3、5)	
四、開口大小					四	
五、生活應用問題					五	
六、圖像關係						六(1、2、3、4、5、6)

在拋物線的紙筆試卷中，第一大題也是以是非題的方式來命題，但並不請學生寫出其判斷是非的理由，主要是因為舊高二所學得的拋物線方程式只有三種判斷方法，也就是將題目中的式子化為標準式、一般式、定義式，不同之處僅在於式子的處理方式，而這牽涉到學生的計算能力，因此僅能就各小題方程式的複雜程度來對其作層次上的畫分。在標準式與一般式的題型中，將不需要移項或配方即能對照的 C、K、N、O、P、R 小題歸類為「知識」層次；在標準式與一般

式裡需要移項或配方才能做判斷的題型有 A、D、E、I、J、L、M、Q、S 小題，皆被歸類為「理解」層次；至於需與幾何意義作連結的定義式，除了 H 小題外，都被歸類為「應用」層次，而 H 小題則是因為需檢查拋物線的準線與焦點間的位置關係，因此被歸類於更高階的「分析」層次。

第二大題是以圖形及文字條件請學生判斷出拋物線上的點。學生在作答時除了要填入“是”、“不是”或“無法確定”外，還要解釋其判斷的原因，但因題目的圖形及文字條件中已透露出不少與解答相關的訊息，因此此題並不被歸類為最高階的「評鑑」層次。其中第 4 與第 5 小題是屬於「理解」層次，學生只要能從條件中知道這個題目是要“找出拋物線上的點”，而且知道“準線、焦點與拋物線的關係”，憑藉著學過的圖形記憶就可以有能力完成這兩個小題的作答了。第 2 小題則是需明白題目的文字條件之意義，並有將此訊息與拋物線定義來對照的能力，因此被歸類為「分析」層次。最後的第 1 與第 3 小題，則是需將整個拋物線圖形的開口方向、形狀、拋物線的定義、題目的文字條件等因素的完整考量，因此被歸類為「綜合」層次。

第三大題是以選填題的方式來命題，第 1、2、4 小題是從標準式或一般式來判斷開口方向，從式子裡的形式與係數和課堂講授的對應關係之規律來對應，因此被歸類為「應用」層次；第 6、7、8 小題必須要分析拋物線的相關物件與開口方向之關係，故屬於「分析」層次；第 3 與第 5 小題是從定義式理判讀出幾何物件後，從物件的相對位置來找出拋物線的開口方向，因此屬於「綜合」層次。

第四大題與第二大題的命題方式類似，題目中沒有太多的文字敘述，學生必須從圖形中觀察組成拋物線的相關物件或與拋物線物件相關的性質中找出一個模式，進而從這個模式來做判斷，因此被歸類為「綜合」層次。

第五小題是生活中的應用問題，由於其在其解題上需要較多且不同領域的知識與概念，而學生的計算過程就是表現其想法的一個指標，因此此大題被歸類為「綜合」層次。

第六大題是以圖形搭配問答的方式命題，學生除了填入“O”與“X”之

外，還必須敘述自己的判斷理由，而這個方式就是希望學生能透過學習過的相關知識或舊有經驗等，對自己的判斷提出一套合理的解釋。此大題屬於「評鑑」層次。

三、試卷的修改過程

本研究的研究工具的開發主要經過三個發展階段：

1、探索階段

第一階段是在民國 95 年 9 月至民國 96 年 1 月，這段期間研究者透過訪談的方式，分別與台北市的高三 15 名學生進行訪談，探索學生對拋物線單元的學習保留概念，並在與專家進行研討後，逐漸發展出第一版試卷。

2、預試階段

第二階段是在民國 95 年 2 月底，此階段的測試對象為已學過高中二年級下學期圓錐曲線單元的高三學生，此階段的測試工具為研究者自編的第一版試卷，研究者利用放學後課餘的時間找了共 38 位台北市某公立高中的高三學生，每位學生的紙筆作答時間為 70 分鐘，在對學生進行施測時，教師必須等全部學生回答完第一部分且收回卷子之後，才發下第二部分的試卷，而這麼做的主要原因是避免第二部分試卷中的第七大題與第八大題會影響學生在第一大題上的作答。另外研究者與學生的個別訪談時間約 40 分鐘。這個階段的實施目的主要是（1）初步掌握學生可能的解題策略、錯誤類型、以及完成試卷所需的時間。（2）修改試卷，使測驗本身能確實反應出學生的學習現象。研究者於施測後針對學生的回饋進行試卷的修改如下：

表 3-3-6 第一版試卷修改的內容及原因

試題面向	題號	修改的內容及原因
拋物線與橢圓的圖像關係	第七大題、第八大題	因題本的題目過多，造成學生在答題時失去耐心，因此將第七與第八兩大題刪除。
拋物線的開口	第四大題	在題目的指導與中加入“若您覺得答案不只一種時，請

方向		將您認為可能的情況皆以英文代數符號填入括弧中。 ”
拋物線的應用	第六大題	<p>1、將原本兩大樓距離為“ 20 公尺 ”改成“ 200 公尺 ”，以符合題目中圖形的比例。</p> <p>2、現實生活中，電線自然懸掛應為“ 鍊垂線 ”，而為避免題目上的爭議，研究者經與指導教授及專家討論後，於題目中加上“ 電線懸掛於兩大樓之間並假設呈拋物線 ”之條件。</p> <p>3、將題目最後一句“ 則電線的最低點離 160 公尺的大樓之距離為何？ ”改為“ 則電線的最低點離 160 公尺的大樓樓底之距離為何？ ”</p> <p>3、因此題牽涉的相關知識較廣，因此另將此題作另外分類。</p>

除了上述的修改外，為了使整個研究內容更有架構，研究者最後將與拋物線基本概念相關的題型（第一版試卷中的第二、第三、第四、第五大題）移至試卷中的第一部分，因此第一部分有四個大題。至於原本為第六大題的拋物線應用問題，因解題所需的相關知識較廣，因此將此大題分類於試卷中的第二部分，題號則更改為第五大題。最後，研究者將原本在試卷中為第一部分第一大題的拋物線與橢圓圖像關係之題型，更改為第三部分第六大題。如此一來，整張試卷的題目架構不僅與研究者的研究問題相呼應，同時讓整份試卷的題型呈現了由淺入深，相關的解題概念則是由單純到複雜。

3、正式施試

此階段亦是研究者對修改過後的第二版試卷作正式施測的階段，測試對象為已學過圓錐曲線單元的高二學生，紙筆測驗的正式施測時間為民國 96 年 3 月 13 日第八節課，共兩個班級 82 名學生接受此紙筆測驗。此版問卷為研究者經修正過後的第二版問卷，而其問卷內容共分為三個部分，施測時間為 60 分鐘。由於

施測前一節下課為 20 鐘的打掃時間，研究者特別在當天中午請學生打掃工作 15 分鐘結束，並於上課鐘響前 5 分鐘進入教室就座，以讓教師能準時發放試卷。

四、試卷的評分方式與結果

在正式對兩個班級的施測結束後，接下來就是對這些學生作答完後的試卷進行閱卷批改動作了。在進行批改的過程中，若該題有要求學生詳述原因的部分，研究者先只對學生的“原因論述部分”進行評分，而不對學生的“答題結果是否正確”來給分，也就是若學生在該題沒有正確且合理的原因論述，即使他的答題結果是正確的，評分者仍不能給其該題分數。但研究者從教學經驗中明白有一些學生的表達能力較弱，若以紙筆問卷的方式將無法很清楚地知道學生究竟“懂不懂？”或者是“懂了多少？”，因此在進行資料分析時，研究者將會將學生的“答題結果”另外作統計。

另一方面，研究者從各題的設計理念及試題的雙向細目表整理了各個大題的計分方式第一大題，如下表：

表 3-3-7 各大題計分方式

	小題數	每小題配分	總分
第一大題	19 題	2 分	38 分
第二大題	5 題	3 分	15 分
第三大題	8 題	3 分	24 分
第四大題	1 題	3 分	3 分
第五大題	1 題	10 分	10 分
第六大題	6 題	3 分	18 分

根據以上的計分方式，整張試卷共 108 分。每一分試卷共經 2 位評分者批閱，

評分者 1 為台灣師大數學系畢業，任教高中的資歷為 5 年；評分者 2 為台灣師大數學系、台北大學統研所畢業，任教高中的資歷亦為 5 年。對於研究的信度而言，評分者 1 先將試卷依表 3-3-7 的計分方式進行試卷的評分，再交由評分者 2 重新審視，若有彼此意見相佐之處，則兩評分者進一步溝通、磋商，藉此完成資料之三角校正，已達研究之信度。正式施測之階段研究對象的得分如下表：

表 3-3-8 第一階段研究對象的得分統計表

學生 編號	第一大 題		第二大 題		第三大 題		第四大 題		第五大 題		第六大 題		總分
	評 分 者 1	評 分 者 2	評 分 者 1	評 分 者 2	評 分 者 1	評 分 者 2	評 分 者 1	評 分 者 2	評 分 者 1	評 分 者 2	評 分 者 1	評 分 者 2	
R1	24		6		15		0		4		0		49
R2	30		15		18		3		2		0		68
R3	24		15		18		0		2		4		63
R4	32		0		18		0		2		0		52
R5	22		15		21		0		0		0		58
R6	24		0		18		0		2		2	1	46
R7	34		0		21		3		10		18		86
R8	30		0		9		0		4		0		43
R9	34		6		21		0	1	0		0		61.5
R10	26		0		6		0		2		0		34
R11	22		3		6		0		0		0		31
R12	32		6		18		3	2	0		0		58.5
R13	28		3	5	12		3		0		1	0	47.5
R14	26		15		21		0		8		6		76
R15	28		9		21		0		4		0		62
R16	30		12		12		3		4		1	0	61.5
R17	30		6		18		3		2		0		59
R18	30		6		15		0	1	2		6		60
R19	22		15		24		3		2		0		66

R20	32	12	21	3	8	5	81
R21	30	15 14	24	3	10	0	81.5
R22	26	6	3	0	0	0	35
R23	28	9	21	0	2	3	63
R24	30	9	18	3 2	2	0	61.5
R25	24	12	18	3	2	3	62
R26	26	15 13	15	0	0	0	55
R27	36	15 13	15	3	0	0	68
R28	34	9	15	0	2	0	60
R29	28	15	21	0	0	0	64
R30	28	12	12	3	2	0	57
R31	32	15	21	3	0	6	77
R32	24	12	21	3	2	0	62
R33	30	6	12	0 1	0	3 4	51.5
R34	16	6	9	0	0	0	31
R35	34	15	24	3	8	18	102
R36	20	6	3	0	0	0	29
R37	26	9	18	0	2	4	59
R38	36	14 15	21	3	2	3	78.5
R39	28	9	18	0	2	3	60
R40	34	15	18	3	2	0	72
R41	26	6 4	12	3	0	0	46
R42	30	15	15	3	0	1	64
R43	28	15 10	24	3 2	0	2	68.5
R44	28	9	21	3	10	2	73
R45	26	15	9	3 2	8	0	60.5
R46	22	0	18	3 2	0	2 1	44
R47	30	15	12	3	0	0	60
R48	28	0 6	9	0	2	12 14	55
R49	24	15	12	0	0	0	51
R50	18	15	18	2 1	0	0	52.5
R51	28	15	21	0	2	0	66
R52	22	0	18	0	0	14	54

R53	18	0	21	3	2	4	0	45.5		
R54	20	6	9	0	6	18		59		
R55	26	3	24	0	0	1		54		
R56	26	15	15	3	2	4	6	68.5		
R57	26	6	18	0	4	0		54		
R58	30	15	13	15	3	10	0	71		
R59	20	9	9	3	0	7	9	49		
R60	20	3	15	0	6	1	0	44.5		
R61	28	12	21	0	1	0	0	61.5		
R62	24	9	15	3	2	0		53		
R63	20	15	15	3	0	0		53		
R64	30	15	24	3	0	0		72		
R65	28	9	9	3	2	0		51		
R66	26	9	15	0	2	1		53		
R67	28	12	21	3	1	2	0	65		
R68	16	6	12	0	0	0		34		
R69	14	6	15	3	0	12	14	51		
R70	16	0	6	3	0	2	1	26.5		
R71	30	15	21	3	2	2	0	70.5		
R72	24	9	12	0	8	1		54		
R73	28	15	12	0	2	0		57		
R74	30	6	18	0	0	0		54		
R75	30	9	24	0	10	0		73		
R76	28	15	11	21	3	4	3	72		
R77	30	3	21	3	0	3		60		
R78	26	12	21	3	8	0		70		
R79	24	0	3	21	3	0	0	49.5		
R80	26	9	10	12	0	0	6	54		
R81	24	15	14	21	2	1	0	0	1	61
R82	18	9	21	0	4	3		55		
總分	2174	749.5	1363	122.5	198	184.5		4791.5		
平均	26.51	9.14	16.62	1.49	2.41	2.25		58.43		

一致性	100%	90.2%	100%	85.4%	100%	87.8%	
註： 1、 箭頭代表兩評分者經溝通、磋商後改變評分。 2、 若分數經評分者協調後仍意見不同時，該題的得分取算術平均數為其最後分數。							

五、信度與效度

(一) 信度

1、內部一致性

本研究的預試樣本為台北市某公立高中的 38 名高三學生，正式施測的研究對象為台北市某公立高中的 82 名高二學生。由於本研究各大題所要測試的面向並不相同，每一大題裡的各小題也有不同觀念的題目，因此經施測後，研究者僅對具有內部一致性的試題作進行信度分析。在進行內部一致性的試題方法中，因為 Cronbach's Alpha 適用於非對即錯的題目，因此本研究以 Cronbach's Alpha 作為內部一致性的分析：

表 3-3-9 內部一致性

題目	面向	Cronbach's Alpha 係數	
		預試	正式
一 (A、C、I、J、K、L、N)	拋物線方程式的判斷 標	預試	正式
	準式	0.751	0.731
一 (D、E、M、O、P、Q、R、S)	拋物線方程式的判斷 一	預試	正式
	般式	0.765	0.742
一 (B、F、G、H)	拋物線方程式的判斷 定	預試	正式
	義式	0.721	0.763

2、評分者信度

本研究正式施測的問卷在交由評分者 1 與評分者 2 批閱後，每一位學生的得

分如表 3-3-8 所示。若將評分一致者記號為“1”，不一致者記號為“0”，將其加總後除以總人數 82 人，可得到各大題在評分的一致性分別為：第六大題 87.8%，第一大題 100%，第二大題 90.2%，第三大題 100%，第四大題 85.4%，第五大題 100%，第六大題 87.8%，因此各大題的評分一致性皆在 85% 以上，顯示本問卷的評分者信度尚在可接受的範圍之內。

(二) 效度

1、專家效度

研究者在發展正式問卷的過程中，除了與指導教授討論外，並商請兩位外校的高中數學教師以及三位本校的數學教師審核問卷內容。在這五位高中數學教師中，有兩位教學資歷 10 年，其餘的老師也有 5 年以上的教學經驗。本研究的問卷從初稿到正式問卷的形成，皆與這些專家反覆討論、檢討、與修改，因此，有證據顯示本研究之間卷具有專家效度。

2、內容效度

本研究之間卷的雙向細目表已列於表 3-3-5，並於此章節詳述過試卷的修改過程與原因。

3、效標效度

本研究將參與預試的 38 名高三學生與正式施測的 82 名高二學生，在計算其試卷之成績後，與其前一學期之數學學期成績比較，並求出此兩成績之間的相關係數，在預試方面的相關係數為 0.68，正式施測的相關係數為 0.77，這兩個相關係數皆屬中上程度，因此有證據顯示本試卷具效標效度。

第四節 研究限制

- 1、由於本研究的研究對象在國中學測分數上的表現約 210 分至 225 分之間，屬於台北市公立高中較後段能力的學生，因此測試結果並不一定能推廣到其它學校。
- 2、因研究者時間、經費、以及人力上的限制，本研究的研究樣本僅採自台北市某公立高中二年級兩個班級的學生，因此樣本代表性未臻完善。