

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

國小數學學習障礙學生的知識結構評量與數學學習障礙診斷測驗編製

之研究 (I)

Assesment of Knowledge Structures of Elementary Students with Mathematics Learning Disabilities and Construction of Mathematics Diagnostic Tests (I)

計畫編號：NSC 88-2614-S-004-001

執行期限：88年2月1日至89年7月31日

主持人：余民寧 國立政治大學教育學系教授

研究助理：張芳全、林曉芳、蔡佳燕

一、中文摘要

自台北市 12 個行政區中抽取 1024 名國小六年級學生為樣本，由八位資深國小數學教師所編製而成的「數學科認知診斷成就測驗」為施測工具，並使用「路徑蒐尋網路分析」為評量分析方法，利用其量尺化程序來分析學生的知識結構。由研究結果得知該數學科認知診斷成就測驗的可行性、認知診斷評量方法的價值性、當今國小學生數學學習成就低落、及彰顯出數學科補救教學的重要性和急迫性。

關鍵詞：知識結構、路徑蒐尋網路分析、認知診斷評量

ABSTRACT

This study is to explore the application of knowledge structure assessment on 1024 elementary school children's knowledge structures about mathematics. It concludes that the

mathematics diagnostic test is a useful tool, most students' achievement is under-standard, and the cognitively diagnostic assessment is a potential method for educational evaluation. There are some implications for future applications and further research problems are discussed and proposed.

Key words : knowledge structures · pathfinder network analysis · cognitively diagnostic assessment

二、緣由與目的

在當前各級學校的學習課程中，數學科的學習一直是多數人的夢魘。多數學者對學習障礙者持下列的看法：個人智力正常，但在學業成就上顯著地低於其智力水準所預期者（林世元，民 86；林秀錦，民 83；周台傑，民 81；曾玉玲，民 82）。基於此看法，本研究所擬指稱的數學學習障礙者，不僅包括在數學學習上是「學

習障礙」或「智能不足」的學生而已，而是持較廣義的看法：凡在基本心理過程出現學習異常現象，致個人在數學學習方面的習得與應用呈現明顯困難，而導致數學表現低成就者便是。

在概念學習的歷程中，涉及許多認知的策略。在學習歷程中，學生必須是主動的參與者，學生根據情境中的訊息，提出自己的假設，並經過考驗、修正、證明後，才得到一套概念；因此，概念學習可視為是思考與解決問題的歷程。在解題的過程中，因個人對問題的處理方式不同，便產生出不同的解題歷程，造就出解答問題的專家與生手 (experts and novices)。所謂專家，是指一個人對某個特定領域具有高技巧或高知識；而生手則是指一個人在某個特定領域中表現低水準的技巧或知識。

在數學的學習中，最具影響力的知識就是語意性知識，當學生在建構語意網路發生障礙時，則在數學問題的解決上亦會發生障礙。專家與生手間的語意網路原本就是有差異的，因而才會導致其在問題解決策略上的使用也有差異。因此，在生手變成專家的過程中，即是一連串概念結構聯結、更新、與重組的過程 (余民寧，民 86a)。

近年來在認知診斷評量 (cognitively diagnostic assessment) (Jonassen, Beissner, & Yacci, 1993; Nichols, 1994; Nichols, Chipman, & Brennan, 1995) 領域中，藉由圖形評量技術的誕生與改進，嘗試將學生所習得的概念與既有的認知結構以圖形方式表徵出來，進一步確認學習過程中的概念變化、概念錯誤的發生、和

謀求補救改善之道為何。研究者擬廣續前人的研究，繼續探索可行且簡易的評量方法，以企圖幫助學習低成就學生解決他們在學習上的問題。於是，透過持續的文獻評閱過程，終於找到另一種類似概念構圖法的網路式概念圖分析技術：「路徑蒐尋網路分析」 (pathfinder network analysis) (Schvaneveldt, 1990)。

路徑蒐尋網路分析開始多應用於實驗室研究，近年來逐漸運用於教育心理學及認知心理學領域，其重點在於對知識結構作測量，利用量尺化算則分析專家的知識結構，建立專家系統，並試圖將所測得的知識結構運用於教學上，以幫助生手獲得專家的知識結構或學習專家的策略 (江淑卿，民 86; 江淑卿、郭生玉，民 86; 宋德忠、林世華、陳淑芬、張國恩，民 87; 林曉芳，民 88; 蔡佳燕，民 89; Goldsmith, Johnson, & Acton, 1994, 1994; Johnson, Goldsmith, & Teague, 1994; Schvaneveldt, Dearholt, & Durso, 1988; Schvaneveldt, Durso, Goldsmith, Breen, Cooke, Tucker, & Maio, 1985)：

因此，綜合上述，本研究企圖從知識表徵的觀點，擬使用路徑蒐尋網路分析策略，來探討下列研究目的與問題：

1. 自編國小數學科認知診斷成就測驗所擬測量的知識結構為何？
2. 當前國小六年級學生的數學學力程度為何？
3. 比較不同學力程度學生的數學科知識結構之差異情形？
4. 探索認知診斷評量方法的可行性？

三、方法

本研究的評量方法為「路徑蒐尋網路分析」，主要是以統計學上的圖解理論 (graph theory) 為基礎，以數學形式來作科學與心理現象表徵的一種方法。

茲根據成就測驗編製原理 (余民寧, 民 86b) 及數學教育的相關研究文獻，聘請二所國民小學 (政大實小及萬興國小) 擔任三至六年級數學科教學的資深教師各一名 (共計八名)，根據現行小學數學科三至六年級課程範圍進行命題。本研究工具的編擬目的，係用來區別或診斷國小六年級 (含) 以下學生在數學科學習上所達成之不同學力程度的成就差異為目的，所編製而成的「數學科認知診斷成就測驗」，共計有甲、乙、丙三份內容相同的複本測驗 (parallel tests)，每份測驗各有 40 題單選的選擇題試題，內容範圍均包括三至六年級的數學課程。經內部一致性信度分析結果顯示，本數學科認知診斷成就測驗甲卷的試題難度介於 .230 ~ .979 之間、鑑別度介於 .208 ~ .538 之間、 α 信度係數為 .8423、複本信度為 .8365、效標關聯效度為 .7360。

研究樣本以台北市 12 個行政區為抽樣範圍，自每個行政區中以隨機抽樣方式抽取公立國民小學三所，再以隨機抽樣方式自所抽取的學校中抽取一班六年級學生為樣本，共計抽取三十六班 1024 名學生為本研究的有效樣本。

本研究使用量化分析方式來進行相關研究，其主要程序可以簡述如下：(1) 發展工具；(2) 資料蒐集與

轉換；(3) 路徑蒐尋網路分析；(4) 其他相關統計分析。本研究目的，旨在發展一套評量不同學力程度學生知識結構的認知診斷測驗工具和評量模式，係透過學生在數學科認知診斷成就測驗甲卷上的成就評量結果，利用電腦程式 (KNOT) (Schvaneveldt, 1994) 進行量化分析，以期獲得不同學力程度學生群與標準答案之數學概念知識結構圖，再進一步比較這些不同學力程度學生群的學習表現情況，以用來診斷與區別學生在數學概念學習成就的分類結果。

四、結果與討論

經由集群分析 (cluster analysis) 結果顯示，該批受試學生共可分成四群。為了驗證上述分類的正確性，再進行一次區別分析 (discriminant analysis)，正確分類百分比值為 .8506，表示分類結果已達可接受的範圍 (即 $\geq .80$ 以上)，可據以接受區別分析將這批受試學生分成四群的結果。這四群學生可以分別取名為：第一群 (223 人) 為「五年級學力程度」、第二群 (524 人) 為「六年級學力程度」、第三群 (225 人) 為「四年級學力程度」、和第四群 (52 人) 為「三年級學力程度」學生群。

若從精熟程度的觀點來看，這批受試學生都是六年級學生，且考題包含三至六年級的課程範圍，因此，照理來說，教學過的課程學生應該都會，六年級的學生應該具有六年級的表現程度才對。但是，本研究發現只有 524 人 (第二群，佔全體人數的 51.17%) 的測量結果符合其被期望的程

度，卻有 500 人（佔全體人數的 48.83 %）的測量結果未達其被期望的標準，其中，甚至有 52 人（第四群，佔全體人數的 5.08%）的程度只達三年級而已。由此可見，國內（至少是台北市）小學生的數學科學習成就未達期望標準的情形相當嚴重，需要進行補救教學的人數相當多。

本研究採行依據區別分析所分類之結果，如表 1 所示：

表 1 區別分析結果

	人數(人)	組距/中位數(分)
第一群	223	20-33/28
第二群	524	26-40/34
第三群	225	21-25/23
第四群	52	6-23/17

以 KNOT 電腦程式分析，計算並呈現這四群學生的路徑蒐尋網路圖解（如圖 2 至圖 5 所示），這些知識結構圖會因為每群學生作答組型資料的不同，而呈現相異的構圖情形。由圖 2 至圖 5 所示可知，其個別的知識結構與標準答案的知識結構之間，是有些不太相似的地方存在。若將所有不同學力程度學生群的知識結構圖與標準答案的知識結構圖（如圖 1 所示）作對映比較（mapping comparison）的話，則可發現這四群學生的知識結構圖中都有一個核心概念（即連結關係最多的概念）存在，而再由此核心概念發散連結出去，以連接路徑最短的相關概念。

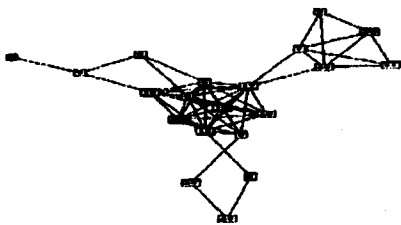


圖 1 標準答案之知識結構圖

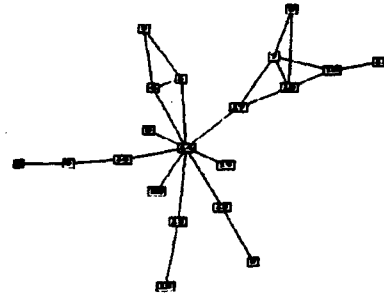


圖 2 第一群學生之知識結構圖

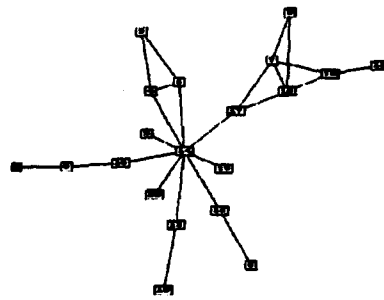


圖 3 第二群學生之知識結構圖

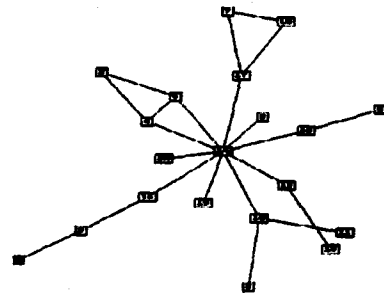


圖 4 第三群學生之知識結構圖

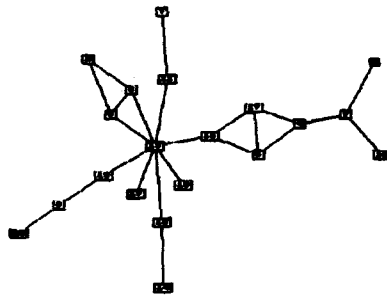


圖 5 第四群學生之知識結構圖

爲了具體呈現並比較說明不同學力程度學生群的知識結構圖之差異，茲以標準答案爲參照結構，分別計算其餘四群學生的知識結構圖在 GTD 指數、PFC 或 C 指數、及 PRX 指數上的差異情形，並將結果於表 2 呈現。

表 2 四群學生的相似性指數之比較

	PRX	PFC	GTD
第一群	0.980	0.426	0.812
第二群	0.993	0.426	0.812
第三群	0.964	0.316	0.475
第四群	-0.011	0.134	0.137

由表 2 所示可知，第二群學生是最高分組學生，亦即其數學程度最佳者，在此，可說此群學生的數學程度最符合六年級學生所應具備的程度，也符合假設認爲最佳表現學生的知識結構圖與標準答案的知識結構圖最爲相似。結果亦符合期望所認爲者：亦即是六年級程度 > 五年級程度 > 四年級程度 > 三年級程度。

歸納上述結果的分析與討論，本研究可獲致下列幾點結論和涵義：

1. 數學科認知診斷成就測驗甲卷可作爲區別不同學力程度學生的工具之用。
2. 國小學生的數學程度普遍未達應有的學力水準。
3. 不同學力程度學生的知識結構不盡相同。
4. 學力程度愈高學生的知識結構愈接近所期望的結果。
5. 認知診斷評量可作爲一種新式的教學評量方法
6. 認知診斷評量隱含對補救教學的發展契機。
7. 認知診斷評量啓發網路表徵方法學的應用潛力。

五、計畫成果自評

未來，應用這種認知診斷評量方法來探索各種學科領域知識結構的研究，將如雨後春筍般的蓬勃發展。這種以圖形表徵方式來呈現概念間潛藏的網路結構關係，不僅可以增加研究結果的說服性，更深具對補救教學的應用潛力。

六、參考文獻

江淑卿(民 86)。知識結構的重要特性之分析暨促進知識結構教學策略之實驗研究。國立台灣師範大學教育與輔導研究所博士論文。

江淑卿、郭生玉(民 86)。不同學習過程的概念構圖策略對促進知識結構專家化與理解能力之效果研究。*師大學報：教育類*，42 期，1-16 頁。

余民寧(民 86a)。有意義的學習——概念構圖之研究。台北：商鼎。

余民寧(民 86b)。教育測驗與評量——成就測驗與教學評量。台北：心理。

宋德忠、林世華、陳淑芬、張國恩(民 87)。知識結構的測量：徑路搜尋法與概念構圖法的比較。*教育心理學報*，30 卷(2 期)，123-142 頁。

周台傑(民 81)。學習障礙者之評量。載於周台傑主編，*特殊兒童診斷手冊*(1-28 頁)。彰化：彰化師範大學特殊教育中心。

林世元(民 86)。合作學習在國小數學低成就學生補救教學實施成效之研究。國立嘉義師範學院國民教育研究所碩士論文。

林秀錦(民 83)。學習障礙的鑑定與批判。*國民教育*，34 卷(11、12

期)·40-42頁。

林曉芳(民88)。**數學低成就國中生在代數概念發展之評量研究**。國立政治大學教育學系碩士論文。

曾玉玲(民82)。**台北市高智商低成就國中學生學習信念與相關因素之探討**。國立政治大學教育研究所碩士論文。

蔡佳燕(民89)。**國小學生數學學科知識結構評量之研究**。國立政治大學教育學系碩士論文。

Goldsmith, T. E., & Davenport, D. M. (1990). Assessing structural similarity of graphs. In R. W. Schvaneveldt (Ed.), *Pathfinder associative networks : Studies in knowledge organization*. Norwood, NJ: Ablex.

Goldsmith, T. E., Johnson, P. J., & Acton, H. W. (1991). Assessing structural knowledge. *Journal of Educational Psychology, 83*, 88-96.

Goldsmith, T. E., Johnson, P. J., & Acton, H. W. (1994). Structural knowledge assessment: Comparison of referent structures. *Journal of Educational Psychology, 86*, 303-311.

Johnson, P. J., Goldsmith, T. E., & Teague, K. W. (1994). Locus of the predictive advantage in pathfinder-based representations of classroom knowledge. *Journal of Educational Psychology, 86*, 617 - 626.

Jonassen, D. H., Beissner, K., & Yacci, M. (1993). *Structural knowledge: Techniques for representing, conveying, and acquiring structural knowledge*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum

Associates.

Nichols, P. D. (1994). A framework for developing cognitively diagnostic assessment. *Review of Educational Research, 64*, 575-603.

Nichols, P. D., Chipman, S. F., & Brennan, R. C. (1995). *Cognitively diagnostic assessment*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Schvaneveldt, R. W. (Ed.) (1990). *Pathfinder associative networks : Studies in knowledge organization*. Norwood, NJ: Ablex.

Schvaneveldt, R. W. (1994). *Knowledge network organizing tool* (PCKNOT version: 4.2). Las Cruces, NM: Interlink.

Schvaneveldt, R. W., Dearholt, D. W., & Durso, F. T. (1988). Graph theoretic foundations of Pathfinder networks. *Computers and Mathematics with Applications, 15*, 337-345.

Schvaneveldt, R. W., Durso, F. T., Goldsmith, T. E., Breen, T. J., Cooke, N. M., Tucker, R. G., & Maio, J. C. (1985). Measuring the structure of expertise. *International Journal of Man-Machine Studies, 23*, 699 - 728.